

**Демонстрационные версии контрольно-измерительных материалов
по математике 2021-2022 учебный год**

11 класс

Входная кр по математике

Вар егэ База

1. Найдите значение выражения $\frac{11}{5} - 2,4 - \frac{3}{20}$.

2. Павел Иванович купил американский автомобиль, спидометр которого показывает скорость в милях в час. Американская миля равна 1609 м. Какова скорость автомобиля в километрах в час, если спидометр показывает 65 миль в час? Ответ округлите до целого числа.

3. Установите соответствие между величинами и их возможными значениями: к каждому элементу первого столбца подберите соответствующий элемент из второго столбца.

ВЕЛИЧИНЫ	ЗНАЧЕНИЯ
А) объём ящика комода	1) 0,75 л
Б) объём воды в Каспийском море	2) 78 200 км ³
В) объём пакета ряженки	3) 96 л
Г) объём железнодорожного вагона	4) 90 м ³

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

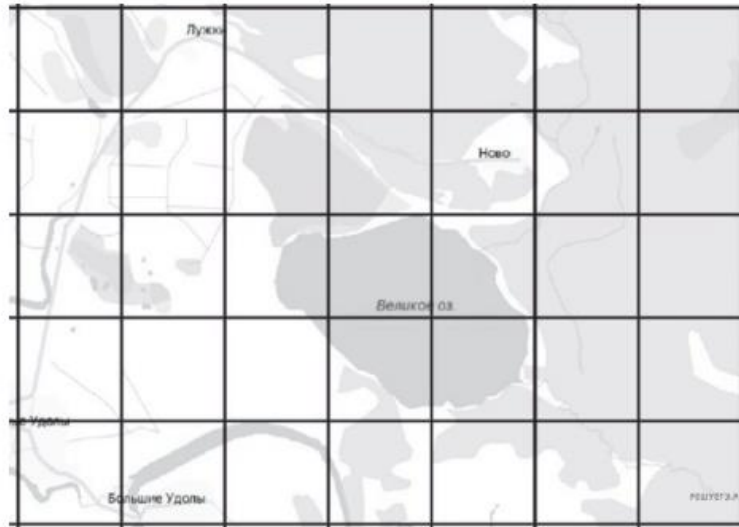
А	Б	В	Г

4. В соревнованиях по метанию молота участники показали следующие результаты.

Спортсмен	Результат попытки, м					
	I	II	III	IV	V	VI
Кузнецов	54,5	53	55,5	53,5	54,5	55
Летов	55	56	54,5	55,5	56	54,5
Минаков	54	53	53,5	54	52,5	51,5
Терпилов	54,5	54	53	55	51,5	49

Места распределяются по результатам лучшей попытки каждого спортсмена: чем дальше он метнул молот, тем лучше. Каков результат лучшей попытки (в метрах) спортсмена, занявшего третье место?

5. На рисунке изображён план местности (шаг сетки плана соответствует расстоянию 1 км на местности). Оцените, скольким квадратным километрам равна площадь озера Великое, изображённого на плане. Ответ округлите до целого числа.



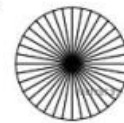
6. Ежемесячная плата за телефон составляет 200 рублей в месяц. В следующем году она увеличится на 2%. Сколько рублей будет составлять ежемесячная плата за телефон в следующем году?

7. Найдите значение выражения $\sqrt{2^2 \cdot 3^4}$.

8. Второй закон Ньютона можно записать в виде $F = ma$, где F — сила (в ньютонах), действующая на тело, m — его масса (в килограммах), a — ускорение, с которым движется тело (в м/с^2). Найдите m (в килограммах), если $F = 153 \text{ Н}$ и $a = 17 \text{ м/с}^2$.

9. Найдите корень уравнения $\log_5(x+3) + \log_5 4 = \log_5 16$.

10. Колесо имеет 36 спиц. Углы между соседними спицами равны. Найдите угол, который образуют две соседние спицы. Ответ дайте в градусах.



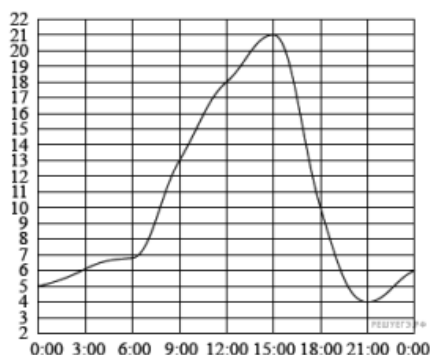
11. На семинар приехали 6 ученых из Норвегии, 5 из России и 9 из Испании. Порядок докладов определяется жеребьёвкой. Найдите вероятность того, что восьмым окажется доклад ученого из России.

12. Клиент хочет арендовать автомобиль на сутки для поездки протяжённостью 600 км. В таблице приведены характеристики трёх автомобилей и стоимость их аренды.

Автомобиль	Топливо	Расход топлива (л на 100 км)	Арендная плата (руб. за 1 сутки)
А	дизельное	8	3850
Б	бензин	9	3300
В	газ	15	3300

Помимо аренды, клиент обязан оплатить топливо для автомобиля на всю поездку. Цена дизельного топлива — 25 рублей за литр, бензина — 35 рублей за литр, газа — 20 рублей за литр. Сколько рублей заплатит клиент за аренду и топливо, если выберет самый дешёвый вариант?

14. На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении суток. По горизонтали указывается время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия.



Пользуясь диаграммой, установите связь между промежутками времени и характером изменения температуры.

ПРОМЕЖУТКИ ВРЕМЕНИ	ХАРАКТЕР ИЗМЕНЕНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ
А) 00:00–06:00	1) Температура снижалась быстрее всего
Б) 06:00–12:00	2) Температура сначала уменьшалась, а затем возрастала
В) 15:00–18:00	3) Температура росла быстрее всего
Г) 18:00–00:00	4) Температура росла медленнее всего

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

А	Б	В	Г

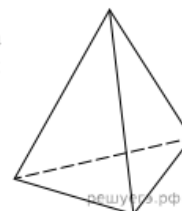
15.

В треугольнике ABC $BC = \sqrt{7}$, $AC = 3\sqrt{7}$, внешний угол при вершине C равен 120° . Найдите AB .

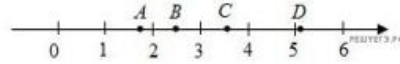


16.

Стороны основания правильной треугольной пирамиды равны 14, а боковые рёбра равны 25. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



17. На прямой отмечены точки A, B, C и D .



Каждой точке соответствует одно из чисел из правого столбца. Установите соответствие между указанными точками и числами.

	ТОЧКИ	ЧИСЛА
A		1) $\log_2 35$
B		2) $\frac{7}{4}$
C		3) $\sqrt{13}$
D		4) $\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$

Запишите в ответ цифры, расположив их в порядке, соответствующем буквам:

A	B	C	D

18. Кондитер испёк 40 печений, из них 10 штук он посыпал корицей, а 20 штук собирается посыпать сахаром (кондитер может посыпать одно печенье и корицей, и сахаром, а может вообще ничем не посыпать). Выберите утверждения, которые будут верны при указанных условиях независимо от того, какие печенья кондитер посыплет сахаром.

- 1) Найдётся 7 печений, которые ничем не посыпаны.
- 2) Найдётся 8 печений, посыпанных и сахаром, и корицей.
- 3) Если печенье посыпано корицей, то оно посыпано и сахаром.
- 4) Не может оказаться 12 печений, посыпанных и сахаром, и корицей.

В ответе запишите номера выбранных утверждений без пробелов, запятых и других дополнительных символов.

19. Найдите четырёхзначное число, кратное 22, произведение цифр которого равно 60. В ответе укажите какое-нибудь одно такое число.

20. Первая труба пропускает на 5 литров воды в минуту меньше, чем вторая. Сколько литров воды в минуту пропускает вторая труба, если резервуар объемом 375 литров она заполняет на 10 минут быстрее, чем первая труба заполняет резервуар объемом 500 литров?

21. В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:

- 1) за 4 золотых монеты получить 5 серебряных и одну медную;
- 2) за 7 серебряных монет получить 5 золотых и одну медную.

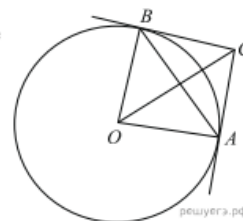
У Николая были только серебряные монеты. После нескольких посещений обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 90 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николая?

Вар егэ профи

1. Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{25}\right)^{x+2} = 5^{x+5}$.

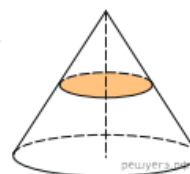
2. В сборнике билетов по истории всего 60 билетов, в 18 из них встречается вопрос по теме "Петр Первый". Найдите вероятность того, что в случайно выбранном на экзамене билете школьнику достанется вопрос по теме "Петр Первый".

3. Через концы A, B дуги окружности в 54° проведены касательные AC и BC . Найдите угол ACB . Ответ дайте в градусах.

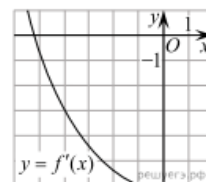


4. Найдите значение выражения $\frac{1,23 \cdot 45,7}{12,3 \cdot 0,457}$.

5. Площадь полной поверхности конуса равна 12. Параллельно основанию конуса проведено сечение, делящее высоту в отношении 1:1, считая от вершины конуса. Найдите площадь полной поверхности отсечённого конуса.



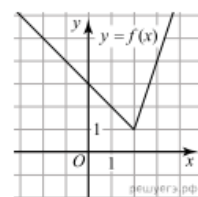
6. На рисунке изображён график $y = f'(x)$ — производной функции $f(x)$. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -3x - 2$ или совпадает с ней.



7. Рейтинг R интернет-магазина вычисляется по формуле $R = r_{\text{пок}} - \frac{r_{\text{пок}} - r_{\text{экс}}}{(K + 1)^m}$, где $m = \frac{0,02K}{r_{\text{пок}} + 0,1}$, $r_{\text{пок}}$ — средняя оценка магазина покупателями, $r_{\text{экс}}$ — оценка магазина, данная экспертами, K — число покупателей, оценивших магазин. Найдите рейтинг интернет-магазина, если число покупателей, оценивших магазин, равно 49, их средняя оценка равна 0,88, а оценка экспертов равна 0,38.

8. Два мотоциклиста стартуют одновременно в одном направлении из двух диаметрально противоположных точек круговой трассы, длина которой равна 14 км. Через сколько минут мотоциклисты поравняются в первый раз, если скорость одного из них на 12 км/ч больше скорости другого?

9. На рисунке изображён график функции вида $f(x) = ax + |bx + c| + d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $bx + c = 0$.



10. Вероятность того, что на тестировании по математике учащийся П. верно решит больше 12 задач, равна 0,7. Вероятность того, что П. верно решит больше 11 задач, равна 0,79. Найдите вероятность того, что П. верно решит ровно 12 задач.

11. Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 30x^2 + 11$.

12. а) Решите уравнение: $\sqrt{x^4 + 8x^3 + 2x^2 - 1} = \sqrt{x^4 + 2x^2}$.

б) Найдите корни уравнения, принадлежащие отрезку $[\log_3 0,5; \log_3 2]$.

13. В цилиндре образующая перпендикулярна плоскости основания. На окружности одного из оснований цилиндра выбраны точки A и B , а на окружности другого основания — точки B_1 и C_1 , причем BB_1 — образующая цилиндра, а отрезок AC_1 пересекает ось цилиндра.

а) Докажите, что угол ABC_1 прямой.

б) Найдите расстояние от точки B до прямой AC_1 , если $AB = 21$, $BB_1 = 12$, $B_1C_1 = 16$.

14. Решите неравенство

$$\left(x + \frac{4}{x}\right) \left(\frac{\sqrt{x^2 - 8x + 16} - 1}{\sqrt{6-x} - 1}\right)^2 \geq 5 \left(\frac{\sqrt{x^2 - 8x + 16} - 1}{\sqrt{6-x} - 1}\right)^2.$$

15. В аграрной стране A производство пшеницы на душу населения в 2015 году составляло 192 кг и ежегодно увеличивалось на 20%. В аграрной стране B производство пшеницы на душу населения в 2015 году составляло 375 кг. В течение трех лет производство зерна в стране B увеличивалось на 14% ежегодно, а ее население увеличивалось на $m\%$ ежегодно. В 2018 году производство зерна на душу населения в странах A и B стало одинаковым. Найдите m .

16. Окружность с центром O , вписанная в треугольник ABC , касается стороны BC в точке P и пересекает отрезок BO в точке Q . При этом отрезки OC и QP параллельны.

а) Докажите, что треугольник ABC — равнобедренный.

б) Найдите площадь треугольника BQP , если точка O делит высоту BD треугольника в отношении $BO : OD = 3 : 1$ и $AC = 2a$.

17. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} y(y-7) = xy - 5(x+2), \\ x \leq 6, \\ \frac{a(x-6) - 2}{y-2} = 1. \end{cases}$$

имеет единственное решение.

18. На доске написано несколько различных натуральных чисел, которые делятся на 3 и оканчиваются на 4.

а) Может ли сумма составлять 282?

б) Может ли их сумма составлять 390?

в) Какое наибольшее количество чисел могло быть на доске, если их сумма равна 2226?

Алгебра

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Найти область определения и множество значений функции $y = 2 \cos x$.
 2. Выяснить, является ли функция $y = \sin x - \operatorname{tg} x$ чётной, нечётной или не является ни чётной, ни нечётной.
 3. Изобразить схематически график функции $y = \sin x + 1$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{2}; 2\pi\right]$.
-
-

4. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 3 \sin x \cos x + 1$.
5. Построить график функции $y = 0,5 \cos x - 2$. При каких значениях x функция возрастает? убывает?

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. Найти производную функции:
1) $3x^2 - \frac{1}{x^3}$; 2) $\left(\frac{x}{3} + 7\right)^6$; 3) $e^x \cos x$; 4) $\frac{2^x}{\sin x}$.
 2. Найти значение производной функции $f(x) = 1 - 6\sqrt[3]{x}$ в точке $x_0 = 8$.
 3. Записать уравнение касательной к графику функции $f(x) = \sin x - 3x + 2$ в точке $x_0 = 0$.
-
-

4. Найти значения x , при которых значения производной функции $f(x) = \frac{x+1}{x^2+3}$ положительны.
5. Найти точки графика функции $f(x) = x^3 - 3x^2$, в которых касательная к нему параллельна оси абсцисс.
6. Найти производную функции $F(x) = \log_3(\sin x)$.

Контрольная работа № 3

Вариант I

1. Найти стационарные точки функции

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3.$$

2. Найти экстремумы функции:

1) $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$; 2) $f(x) = e^x(2x - 3)$.

3. Найти промежутки возрастания и убывания функции

$$f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3.$$

-
4. Построить график функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $[-1; 2]$.

5. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 3$ на отрезке $\left[0; \frac{3}{2}\right]$.

6. Среди прямоугольников, сумма длин трёх сторон которых равна 20, найти прямоугольник наибольшей площади.

Контрольная работа № 4

Вариант I

1. Доказать, что функция $F(x) = 3x + \sin x - e^{2x}$ является первообразной функции $f(x) = 3 + \cos x - 2e^{2x}$ на всей числовой прямой.

2. Найти первообразную F функции $f(x) = 2\sqrt{x}$, график которой проходит через точку $A\left(0; \frac{7}{8}\right)$.

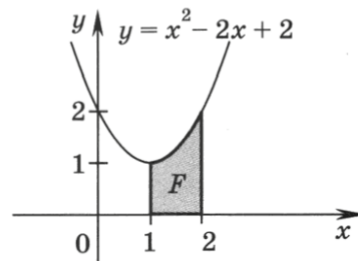


Рис. 90

3. Вычислить площадь фигуры F , изображённой на рисунке 90.

-
4. Найти площадь фигуры, ограниченной прямой $y = 1 - 2x$ и графиком функции $y = x^2 - 5x - 3$.

Контрольная работа № 5

Вариант I

1. Найти значение выражения:

1) $\frac{12!}{P_{10}}$;

2) $A_6^3 + C_7^2$.

2. Сколькими способами можно выбрать председателя ЖСК и его заместителя из 20 членов ЖСК?

3. Записать разложение бинома $(a - 2)^6$.

4. Решить относительно m уравнение

$$C_{m+5}^3 = 8(m + 4).$$

5. Из трёх последовательных букв и присоединённого к ним четырёхзначного числа составляют код. Буквы без повторения выбирают из набора: б, в, г, д, ж, з. Число записывают с помощью цифр 1, 2, 3, 4, 5 (цифры в числе могут повторяться). Сколько различных кодов, удовлетворяющих данному условию, можно составить?

Контрольная работа № 6

Вариант I

1. В ящике находятся 4 белых и 8 чёрных шаров. Наугад вынимают один из них. Найти вероятность того, что вынут чёрный шар.
 2. Вероятность выигрыша по одному билету художественной лотереи равна $8 \cdot 10^{-5}$. Найти вероятность того, что один приобретённый билет этой лотереи окажется без выигрыша.
 3. В серии испытаний с подбрасыванием гнутой монеты оказалось, что 9 раз выпадала *решка* и 12 раз — *орёл*. Найти относительную частоту появления *орла* в данной серии испытаний.
 4. Брошены два игральных кубика — красный и зелёный. Найти вероятность того, что на красном выпало число 5, а на зелёном — нечётное число.
-
-
5. Наугад называется одно из первых восьми натуральных чисел. Рассматриваются события: A — назван делитель числа 8, B — названо число, кратное числу 4. Установить, в чём состоят события $A + B$ и AB .
 6. В коробке находятся 6 синих и 5 зелёных мячей. Наугад вынимают 3 мяча. Найти вероятность события:
 - 1) все вынутые мячи зелёные;
 - 2) хотя бы один мяч зелёный.

Контрольная работа № 7

Вариант 1

1. Имеется набор случайно названных трёхзначных чисел:
205, 329, 456, 758, 664, 927, 730, 115.

Составить таблицу распределения по частотам M значений случайной величины Y — цифр, встречающихся в наборе. Найти относительную частоту использования в наборе цифры 8.

2. Построить полигон частот значений случайной величины X , распределение которых представлено в таблице:

X	-2	-1	0	1	2	3	4
M	2	3	4	6	5	4	1

3. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки

-2, 0, 2, -3, -2, 5.

-
4. Найти размах, моду, медиану и среднее выборки значений случайной величины Z :

Z	-3	-1	0	2	4	5	6
M	1	3	5	5	4	1	1

5. Найти дисперсию и среднее квадратичное отклонение от среднего элементов выборки -4, -1, 0, 2, 3.

Итоговая контрольная работа

ВАРИАНТ 1.

1. Укажите наименьшее и наибольшее значения функции

$$y = x^3 - 6x^2 + 9 \quad \text{на отрезке } [-2; 2].$$

- 2.



На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 .

Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .

3. В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 7 очков. Результат округлите до сотых.
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $f(x) = -x^2 + 6x - 5$, прямыми $x = 2$, $x = 3$ и осью абсцисс, изобразив рисунок.
5. Найдите все решения уравнения $\cos 2x + \sin x = \cos^2 x$, принадлежащие отрезку $[0; 2\pi]$.

Геометрия

КА-1. КООРДИНАТЫ И ВЕКТОРЫ В ПРОСТРАНСТВЕ

Вариант А1

Вариант А2

1

Даны точки

$A(2; -4; 1)$ и $B(-2; 0; 3)$.

$A(-3; 1; 2)$ и $B(1; -1; -2)$.

а) Найдите координаты середины отрезка AB .

б) Найдите координаты и длину вектора

\overline{BA} .

\overline{AB} .

в) Найдите координаты точки C ,
если

$$\overline{CB} = \overline{BA}.$$

$$\overline{BC} = \overline{AB}.$$

2

Даны векторы \vec{a} и \vec{b} ,
причем

$$\vec{a} = 6\vec{i} - 8\vec{k}, |\vec{b}| = 1, \vec{a} \wedge \vec{b} = 60^\circ.$$

$$\vec{a} = 4\vec{j} - 3\vec{k}, |\vec{b}| = \sqrt{2}, \vec{a} \wedge \vec{b} = 45^\circ.$$

Найдите:

а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$;

а) $\vec{a} \cdot \vec{b}$;

б) $|\vec{a} + \vec{b}|$;

б) $|\vec{a} - \vec{b}|$;

в) значение m , при котором
векторы \vec{a} и $\vec{c}\{4; 1; m\}$ перпендикулярны.

в) значение m , при котором
векторы \vec{a} и $\vec{c}\{2; m; 8\}$ перпендикулярны.

3

В кубе $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ с ребром 1
точка O — центр грани $ABCD$.

Используя метод координат,
найдите:

а) угол между прямыми $A_1 D$
и $B_1 O$;

а) угол между прямыми $A_1 O$
и $D_1 C$;

б) расстояние от точки B до
середины отрезка $A_1 D$.

б) расстояние от точки D до
середины отрезка $A_1 C_1$.

4

Дан правильный тетраэдр $DABC$
с ребром a .

При симметрии относительно
плоскости ABC точка D перешла в точку D_1 . Найдите DD_1 .

При симметрии относительно
плоскости ABC точка D перешла в точку D_1 . Найдите расстояние между этими плоскостями.

КА-2. ЦИЛИНДР, КОНУС, ШАР

В а р и а н т А 1

1

На расстоянии 8 см от центра шара проведено сечение, длина окружности которого равна 12π см. Найдите площадь поверхности шара.

2

Высота цилиндра вдвое больше его радиуса. Площадь боковой поверхности цилиндра равна 100π см².

а) Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

б) Найдите площадь сечения цилиндра, проведенного параллельно его оси на расстоянии 4 см от нее.

3

Прямоугольный треугольник с гипотенузой 25 см и проведенной к ней высотой 12 см вращается вокруг гипотенузы. Найдите площадь поверхности тела, полученного при вращении.

КА-3. ОБЪЕМЫ ТЕЛ

Вариант А1

1

На расстоянии 12 см от центра шара проведено сечение, радиус которого равен 9 см. Найдите объем шара и площадь его поверхности.

2

В правильной треугольной пирамиде апофема равна l и образует с высотой пирамиды угол α . Найдите объем пирамиды.

3

Равнобедренный треугольник с основанием 8 см и периметром 18 см вращается вокруг прямой, параллельной основанию и проходящей через вершину наибольшего угла треугольника. Найдите объем тела вращения.

КА -4 ОБЪЕМ ШАРА

Вариант А1

1

Около цилиндра описан шар. Отрезок, соединяющий центр шара с точкой окружности основания цилиндра, равен 8 см и образует с осью цилиндра угол 60° . Найдите площадь боковой поверхности цилиндра.

2

Осевое сечение конуса — равносторонний треугольник с высотой h . Найдите объем шара, описанного около конуса.

3.

В правильную четырехугольную пирамиду вписан шар радиуса R . Найдите объем пирамиды, если ее боковая грань образует с высотой угол β .

Итоговая кр по геометрии

Вариант А 1

1

Хорда нижнего основания цилиндра, равная $4\sqrt{14}$ см, удалена от центра нижнего основания на 5 см, а от центра верхнего основания — на 13 см. Найдите объем цилиндра.

2

В правильной четырехугольной пирамиде $SABCD$ с основанием $ABCD$ боковое ребро равно 6, а плоский угол при вершине равен 90° . Найдите:

а) $|\overline{SA} - \overline{SB}|$;

б) $\overline{BS} \cdot \overline{BA}$;

в) площадь полной поверхности пирамиды.

3

Сфера радиуса 3 имеет центр

в точке $O(4; -2; 1)$.

в точке $O(-2; 5; 3)$.

Составьте уравнение сферы, в которую перейдет данная сфера при симметрии относительно

плоскости Oxy . Найдите объем шара, ограниченного данной сферой.